

1. Pre aké množiny A, B platí $A \cap (B - A) = \emptyset$?
2. Ako vyzerá množina $A \times \emptyset$?
3. Predpokladajme, že $A \subset B$. Ukážte, že potom platí $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.
4. Ako vyzerá množina $\emptyset - (\emptyset - A)$?
5. Nech $\mathcal{U} \neq \emptyset$. Pre každú podmnožinu $A \subseteq \mathcal{U}$ označujeme množinu $\mathcal{U} - A$ ako A^c . Dokážte nasledujúce identity:
 - a) $\emptyset^c = \mathcal{U}$.
 - b) $\mathcal{U}^c = \emptyset$.
 - c) $(A^c)^c = A$.
 - d) $A \cup A^c = \mathcal{U}$.

6. Graficky znázornite vlastnosti relácie inklúzie $\subset$ na potenčnej množine $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$. ($A \subset B$ ak $A \subseteq B$ a $A \neq B$)

Hovoríme, že relácia R je:

reflexívna ak $(\forall x) [x, x] \in R$,

symetrická ak $[x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$,

tranzitívna ak $([x, y] \in R \wedge [y, z] \in R) \Rightarrow [x, z] \in R$,

antireflexívna ak $(\forall x) [x, x] \notin R$,

asymetrická ak $[x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$,

antisymetrická ak $([x, y] \in R \wedge [y, x] \in R) \Rightarrow x = y$,

má vlastnosť *dichotómie* ak $(\forall x, y)([x, y] \in R \vee [y, x] \in R)$.

7. Majme reláciu $R = \{[a, b], [b, c], [d, e], [d, f]\}$ na množine $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Doplňte R tak, aby z nej vznikla relácia ekvivalencie a aby sme pridali čo najmenší počet usporiadaných dvojíc.

Zistite, ktoré z vlastností majú nasledujúce relácie:

8. Relácia R na $\mathbb{Z}$ definovaná $xRy \Leftrightarrow 3|(x - y)$.
9. Relácia R na $\mathbb{Z}$ definovaná $xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2$.
10. Relácia R na $\mathbb{Q}$ definovaná $xRy \Leftrightarrow x - y \notin \mathbb{Z}$.
11. Relácia R na $\mathcal{P}(Y)$ definovaná $ARB \Leftrightarrow a \in A \cap B$, kde a je pevne zvolený prvok množiny Y .

Bonusový príklad

12. Majme reláciu $\sim$ na množine komplexných čísel $\mathbb{C}$ danú nasledovne: $z_1 \sim z_2$ práve vtedy, keď $|z_1| = |z_2|$. Overte, že $\sim$ je reláciou ekvivalencie a popíšte tzv. triedy ekvivalencie $\tilde{z}$, t.j. množiny všetkých $z' \in \mathbb{C}$, pre ktoré $z \sim z'$. (Norma komplexného čísla $z = a + b \cdot i$ je daná ako $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.)