

**1.** Nech  $T$  je splniteľná množina formúl. Ukážte, že  $T \cup \{A \vee B\} \models C$  práve vtedy, keď platí súčasne  $T \cup \{A\} \models C$  a  $T \cup \{B\} \models C$ .

**2.** Nech  $T$  je množina formúl a  $A$  je kontradikciou, t.j.  $A$  je nespĺniteľná. Ukážte, že ak  $T \models A$ , potom je  $T$  tiež nespĺniteľná.

**3.** Ukážte, že formula  $\neg a$  je dokázateľná z predpokladov  $\{\neg(a \Rightarrow b), \neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\}$ , t.j. nájdite jej dôkaz v zmysle definície.

**4.** Nech  $D$  je ľubovoľná z axiém výrokovej logiky a  $E$  je ľubovoľná formula. Zostrojte dôkaz formule  $E \Rightarrow D$ .

**5.** Nech  $T$  je množina formúl a  $A, B, C$  sú ľubovoľné formule. Ukážte, že ak  $T \vdash A \Rightarrow B$  a  $T \vdash A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$  potom aj  $T \vdash A \Rightarrow C$ . Pomôcka: výjdite z (A2).

**6.** Zdôvodnite prečo pre formulu  $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg A \Rightarrow \neg B)$  nemôže existovať dôkaz. Pomôcka: musí byť každá z formúl tvoriacich dôkaz tautológia?

**7.** Ukážte, že formula  $a \Rightarrow b$  je dokázateľná z predpokladu  $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\}$ . Pomôcka: ukážte, že  $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\} \vdash a \Rightarrow (a \Rightarrow b)$  a použite (A2) a výsledok príkladu č. 3.

Porovnajte s príkladom č. 7 a) z minulej úlohy.