Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 3

Cvičenia v týždni 10. októbra 2016

Na cvičení s matematikmi sme nestihli prejsť dôkaz v úlohe č. 8.

8. Ukážte, že formula $a \Rightarrow b$ je dokázateľná z predpokladu $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\}$. Pomôcka: ukážte, že $\{\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a\} \vdash a \Rightarrow (a \Rightarrow b)$ a použite (A2) a vetu z prednášky.

Riešenie:
Substitúcia do axiómy A3 bola na tabuli, o substitúcii do A2 sa hovorilo, ale na tabuľu sa nakoniec nedostala:

1.		$\vdash (\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a) \Rightarrow (a \Rightarrow (a \Rightarrow b))$	(A3)
2.	$\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a$	$\vdash \neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a$	(P1)
3.	$\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a$	$\vdash a \Rightarrow (a \Rightarrow b)$	(MP 1,2)
4.		$\vdash (a \Rightarrow (a \Rightarrow b)) \Rightarrow ((a \Rightarrow a) \Rightarrow (a \Rightarrow b))$	(A2)
5.	$\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a$	$\vdash (a \Rightarrow a) \Rightarrow (a \Rightarrow b)$	(MP 3,4)
6.		$\vdash a \Rightarrow a$	(V0) - na prednáške
7.	$\neg(a \Rightarrow b) \Rightarrow \neg a$	$\vdash a \Rightarrow b$	(MP 6,7)