a	b	c	f	
0	0	0	0	
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	1	⊗
1	0	0	0	
1	0	1	1	⊗
1	1	0	0	
1	1	1	0	

f má hodnotu 1 iba v dvoch prípadoch.
ak sa pozrieme na formulu:
$\neg a \wedge b \wedge c$, tá má hodnotu 1 iba pre stav 0 1 1.
podobne $a \wedge \neg b \wedge \neg c$. pre stav 1 0 1.

čiže f je ekvivalentná $(\neg a \wedge b \wedge c) \vee (a \wedge \neg b \wedge c)$.

Presk.

Def Výroková formula je v disjunktívnej normálnej forme ak je disjunkcion(v) niekoľkých formulí, z ktorých každá je
1) konjunkcion konečne veľa prvotných ~~premenných~~ formúl alebo ich negácií.
2) v žiadnej podformule sa nevyskytuje ~~pr~~ súčasne prvotná formula a jej negácia

Tvrdenie: každá výroková formula, ktorá nie je kontradikcia, je ekvivalentná nejakej formuli v disjunktívnej normálnej forme.

Poznámky: 1. dú č.9 priamky vo všeobecnej polohe
2. písomky / možnosti : piatok
: večer (pondelok, ...)

Potiahto

Tautologický dôsledok

o Pozrime sa na nasledovné:
nech $A \Rightarrow B$ aj $B \Leftrightarrow C$ sú pravdivé. Čo vieme povedať o $A \Rightarrow C$?
→ vo forme príkladov

A	B	C	$A \Rightarrow C$
1	1	1	1
~~1~~	~~0~~		
0	1	1	1
0	0	0	1

čiže vo všetkých prípadoch, keď je splnené $A \Rightarrow B$ aj $B \Leftrightarrow C$, platí $A \Rightarrow C$.

spočítateľne veľa

• $A \Rightarrow C$ síce nie je tautológia ale ~~vieme~~ fakt je prirodzený pravdivosti $A \Rightarrow C$ je podobne významný a preto budeme ~~písať~~ hovoriť, že $A \Rightarrow C$ je tautologickým dôsledkom množiny formúl $\{A \Rightarrow B, B \Leftrightarrow C\}$.
Píšeme: $\{A \Rightarrow B, B \Leftrightarrow C\} \models A \Rightarrow C$.

o definícia: ohodnotenie prvotných formúl π je také ~~funkcia, ktorá~~ zobrazenie, ktoré priradí každej prvotnej formuli π hodnotu z $\{0,1\}$

Splniteľnosť: $\{p \wedge q, \neg p\}$ existuje ohodnotenie také, aby boli obe formuly pravdivé? Nie... Hovoríme, že množina formúl je nesplniteľná.

K splniteľnosti...

~~ohodnotenie $v : \{$premenné formuly$\} \to \{0,1\}$, rozšírime na všetky formuly~~ sa vrátiť...

Potiaľto... 25.9.2007

Q • Ako je to s tautologickými dôsledkami nesplniteľných množín formúl?

Príklad: T splniteľná, $T \models A$, čo vieme o $\{T \cup \{\neg A\}\}$?

Tvrdenie. Nech T je množina formúl a A, B sú formuly.

Ak $T \models A \Rightarrow B$ a $T \models A$ potom $T \models B$.

Zapísať pod ...

Dôkaz. ... overiť, že pre všetky ohodnotenia ~~ktoré~~ pre ktoré sú výroky v T pravdivé máme $v(B)=1$.

Z predpokladov vyplýva, že $v(A \Rightarrow B) = 1$ aj $v(A) = 1$.

Ak by sme mali $v(B)=0$, potom by $v(A \Rightarrow B) = 0$ podľa definície $\Rightarrow$, teda $v(B)=1$.

Tvrdenie. Nech $A, A_1, \dots, A_n$ sú výrokové formuly. Ak A je tautologickým dôsledkom $\{A_1, \dots, A_n\}$, potom je formula $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \Rightarrow A$ tautológiou.

zápis $A_1, A_2, \dots, A_n \models A$

$\models (A_1 \wedge \dots \wedge A$ [illegible]

Dôkaz: Ak existuje ohodnotenie $v((A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \Rightarrow A) = 0$ [illegible]

potom $v(A)=0$ a $v(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) = 1$. To je [illegible]

v spore s predpokladom $\{A_1, \dots, A_n\} \models A$

Sem 1.10.12

Poznámky: ∘ Ak T_0 je nesplniteľná, [illegible] $T_0 \subseteq T$ je nesplniteľná.

dôkaz → ∘ Ak T je splniteľná a [illegible] množina.

$T \cup \{\neg A\}$ nesplniteľná [illegible] ?)

∘ Ako je to s tautologickými dôsledkami [illegible] tautológií

zápis $P_1 \models P_2$

$\models P_1$

$\models P_2$

Pekné, pekné... ~~ale~~ ako to súvisí [illegible] ?

~~Vieme dokázať $(A \vee \neg A)$!~~ [illegible] použitím ~~bez~~ ... dokazovacích pravidiel?

Sem 30.9.09

26.9.12

Sem 2.10.13

... kompaktnosti?

PREČO TOTO ROBÍME?
- ILUSTRÁCIA TOHO AKO MÔŽEME POMERNE JEDNODUCHÚ ZÁLEŽITOSŤ FORMALIZOVAŤ (VYJADRIŤ ČISTO SYMBOLICKY)
- NÁZNAK TOHO, AKO TO ROBIŤ ~~VIŠŠIE~~ .. PRE KOMPLIKOVANEJŠIE JAZYKY...

Formálny systém

- Tu postupne prichádzame k tomu ako vytvoriť z výrokovej logiky axiomatický systém.
- Minule sme si povedali, že pod dôkazom ~~rozumieme~~ by sme chceli rozumieť postupnosť tvrdení odvodených z axióm pomocou odvodzovacích pravidiel. Vieme takto dokázať platnosť $(A \vee \neg A)$? alebo $A \Rightarrow A$?

- nie celkom - chýbajú nám axiomy aj odvodzovacie pravidlá.

~~[illegible]~~ pla

Videli sme, že platí:

$$\frac{T \models A \Rightarrow B \qquad T \models A}{T \models B}$$

~~[illegible] platnosti [illegible] B [illegible] A [illegible] odvodiť~~

Takže dobrým kandidátom na odvodzovacie pravidlo je pravidlo [illegible]: z formulí $A, A \Rightarrow B$ odvoď formulu B. B sa nazýva bezprostredný dôsledok formúl $A \Rightarrow B$ a A.

Ako axiómy vyberieme takéto tri tvrdenia: či skôr schémy tvrdení:

+ ľubovoľné substitúcie ?

(A1) $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$ (?)

(A2) $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

(A3) $(\neg B \Rightarrow \neg A) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

⊕ [illegible]
⊖ nepriamy dôkaz
(~~trvalo niekoľko rokov~~, kým sa logici uzhodli, že budú používať tieto.., ktoré sa líšia v 3-ke.)

- D[illegible] presvedčiť, že uvedené formule sú tautológie.
- poznámka [illegible]: $\vee, \wedge, \Leftrightarrow$ sa dajú definovať pomocou $\neg$ a $\Rightarrow$, budeme používať iba neg. a impl.

Teraz [illegible] definovať dôkaz:

Def: [illegible] postupnosť formúl výrokovej logiky $B_1, \ldots, B_n$ je dôkazom formuly B, ak platí:

a) B_n je B
b) každá z formúl B_k, $k = 1, \ldots, n$, je buď axiómou v tvare (A1), (A2) alebo (A3) alebo je B_k bezprostredným dôsledkom získaným aplikáciou modus ponens na niektoré dve formule z $\{B_1, B_2, \ldots, B_{k-1}\}$.

[illegible] 5.10.11

Ak existuje dôkaz formule A, hovoríme, že je dokázateľná (vo výrokovej logike), alebo že A je vetou výrokovej logiky.

Zápis "$\vdash$"!

Sem 7.10.11