Diskrétna matematika I. – Domáca úloha č. 7

Cvičenia v týždni 8. novembra 2021

---

1. Pre aké množiny A, B platí $A \cap (B - A) = \emptyset$?

2. Ako vyzerá množina $A \times \emptyset$?

3. Predpokladajme, že $A \subset B$. Ukážte, že potom platí $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.

4. Ako vyzerá množina $\emptyset - (\emptyset - A)$?

5. Nech $\mathcal{U} \neq \emptyset$. Pre každú podmnožinu $A \subseteq \mathcal{U}$ označujeme množinu $\mathcal{U} - A$ ako A^{c}. Dokážte nasledujúce identity:
a) $\emptyset^{\mathrm{c}} = \mathcal{U}$.
b) $\mathcal{U}^{\mathrm{c}} = \emptyset$.
c) $(A^{\mathrm{c}})^{\mathrm{c}} = A$.
d) $A \cup A^{\mathrm{c}} = \mathcal{U}$.

6. Graficky znázornite vlastnosti relácie inklúzie $\subset$ na potenčnej množine $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$. ($A \subset B$ ak $A \subseteq B$ a $A \neq B$)

7. Majme reláciu $R = \{[a, b], [b, c], [d, e], [d, f]\}$ na množine $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Doplňte R tak, aby z nej vznikla relácia ekvivalencie a aby sme pridali čo najmenší počet usporiadaných dvojíc.

Bonusový príklad

8. Majme reláciu $\sim$ na množine komplexných čísel $\mathbb{C}$ danú nasledovne: $z_1 \sim z_2$ práve vtedy, keď $|z_1| = |z_2|$. Overte, že $\sim$ je reláciou ekvivalencie a popíšte tzv. triedy ekvivalencie $\tilde{z}$, t.j. množiny všetkých $z' \in \mathbb{C}$, pre ktoré $z \sim z'$. (Norma komplexného čísla $z = a + b \cdot i$ je daná ako $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.)