

Kombinatorika – Úloha č. 2

Termín odovzdania 17. apríl 2025, vo formáte pdf cez *Google Classroom*

(vLW) bude znamenať odkaz na knižku J. H. van Linta a R. M. Wilsona (druhé vydanie); uvedené bude spravidla číslo príkladu/problému (kapitola.problém), alebo číslo strany, kde sa o danej veci píše. Neočakávajú sa úplne kompletne a perfektné riešenia. Aj čiastkové riešenia s drobnými opomenutiami, logickými medzerami, či neporiadnym zápisom si môžu vyžadovať veľa práce a námahy a môžu dostať plný počet bodov. T.j. nemusíte týmito domácimi úlohami stráviť všetok svoj voľný čas počas nadchádzajúceho semestra. Na druhej strane, očakáva sa preukázanie výraznejších snáh, aby domáce úlohy splnili svoj účel – naučiť sa, resp. samostatne objaviť niečo netriviálne z preberaného materiálu.

Vždy je tu možnosť absolvovania konzultácií. Tiež môže pomôcť preskúmanie viacerých príkladov daného fenoménu pri hľadaní dôkazu všeobecného tvrdenia. Akceptované budú aj riešenia založené na počítačových simuláciách, pokiaľ budú primerane zdôvodnené a bude to v danom kontexte dávať zmysel.

Domáca úloha bude obsahovať príklady s celkovým ohodnotením prevyšujúcim 50 bodov, čo je maximum, ktoré sa v rámci jednej úlohy dá získať. To znamená, že si môžete zvoliť, ktorým príkladom sa budete venovať a ktoré nakoniec odovzdáte. Keďže sa dá očakávať, že nie všetky riešenia budú za plný počet bodov, má zmysel odovzdať príklady, ktorých celkové hodnotenie prevyšuje 50 bodov.

1. (10 bodov) Ukážte, že k -regulárny graf s nepárnym obvodom g musí obsahovať aspoň $\frac{k(k(k-1)^{(g-1)/2}-2)}{2(k-2)}$ hrán.
2. (10 bodov) Vyriešte Problém 4.B.
3. (10 bodov) Vyriešte Problém 4.C.
4. (15 bodov) Ukážte, že množina hrán bipartitného k -regulárneho grafu sa dá rozložiť na k navzájom disjunktných párovaní.
 - a) Platí tvrdenie, keď sa nepožaduje bipartitnosť?
 - b) Platí tvrdenie, keď budeme navyše požadovať, aby zjednotenie ľubovoľných dvoch disjunktných párovaní tvorilo cyklus (t.j. *súvislý* graf, v ktorom majú všetky vrcholy stupeň 2)?
5. (10 bodov) Vyriešte Problém 5.B.
6. (10 bodov) Vyriešte Problém 5.D.
7. (10 bodov) Vyriešte Problém 5.E.
8. (10 bodov) Vyriešte Problém 5.F.
9. (10 bodov) Vyriešte Problém 6.A. použitím Dilworthovej vety.