

1. (1.2.1) Pre rovnice $x + y = 4$, $2x - 2y = 4$ nakreslite riadkový obrázok (dve pretínajúce sa priamky) a stĺpcový obrázok (kombináciu dvoch stĺpcových vektorov rovnajúcu sa stĺpcovému vektoru $(4,4)$ na pravej strane).

2. (1.3.11) Použite elimináciu na nájdenie riešení systémov

$$\begin{array}{rcl} u + v + w = 6 & & u + v + w = 7 \\ u + 2v + 2w = 11 & \text{a} & u + 2v + 2w = 10 \\ 2u + 3v - 4w = 3 & & 2u + 3v - 4w = 3. \end{array}$$

3. (1.3.3) Riešte systém a nájdite pivoty pre

$$\begin{array}{rcl} 2u - v & = & 0 \\ -u + 2v - w & = & 0 \\ -v + 2w - z & = & 0 \\ -w + 2z & = & 5. \end{array}$$

Systém môžete redukovať pomocou maticového zápisu – pravú stranu písať ako piaty stĺpec a vynechávať neznáme u, v, w, z v medzivýpočtoch.

Nasledujúce dve cvičenia predstavujú cvičenia na zostavovanie rovníc. Predpokladajme, že

(a) 80 percent z tých, čo bývajú v Kalifornii na začiatku roka tam býva aj na konci, zvyšných 20 percent sa počas roka odsťahuje preč.

(b) 90 percent z tých, čo začnú rok mimo Kalifornie aj mimo Kalifornie zostane, zvyšných 10 percent sa počas roka do Kalifornie prisťahuje.

Ak poznáme situáciu na začiatku, povedzme 200 miliónov mimo a 30 miliónov v Kalifornii, potom je jednoduché nájsť čísla u a v zodpovedajúce počtom mimo, resp. v Kalifornii na konci roka:

$$\begin{aligned} 0,9(200\,000\,000) + 0,2(30\,000\,000) &= u \\ 0,1(200\,000\,000) + 0,8(30\,000\,000) &= v \end{aligned}$$

Problémom však zostáva spätný výpočet, t.j. vypočítať začiatočné podmienky z koncových.

4. (1.3.12) Ak $u = 200$ miliónov a $v = 30$ miliónov na konci roka, nájdite rovnice pre príslušné počty na začiatku.

5. (1.3.13) Ak sú u a v na konci roka ako rovnaké ako u a v na začiatku, ako vyzerajú príslušné rovnice? Aký je pomer medzi u a v v takomto “stabilnom stave”?

6. (1.4.1) Vypočítajte súčiny

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Okrem toho do súradnicovej sústavy vyznačte polohové vektory bodov $x = 2, y = 1$ a $x = 0, y = 3$. Graficky znázornite súčet týchto vektorov a porovnajte s výsledkom tretieho súčinu, vysvetlite.

7. (1.4.3) Nájdite skalárne a maticové súčiny

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{a} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

Prvý z nich udáva dĺžku vektora (na druhú).

8. (1.4.10) Ak označíme zložky matice A ako a_{ij} , vyjadrite v tejto symbolike

(i) prvý pivot,

- (ii) násobok l_i prvého riadku, ktorý musíme v eliminácii odčítať od i -teho riadku,
- (iii) novú hodnotu, ktorá nahradí hodnotu a_{ij} po tomto odčítaní,
- (iv) hodnotu druhého pivota.

9. (1.4.19) Ktorá z nasledujúcich matíc sa musí rovnať $(A + B)^2$?

$$(B + A)^2, A^2 + 2AB + B^2, A(A + B) + B(A + B), (A + B)(B + A), A^2 + AB + BA + B^2.$$