

Lineárna algebra a geometria

leto 2023

2. cvičenie

- Hlavnou témou je Gauss-Jordanova eliminácia:

Pre zadaný systém k rovníc o n neznámych sa musíme naučiť nájsť množinu riešení. Je dôležité si uvedomiť, že riešenie môže byť práve jedno (vtedy ho zapisujeme vo forme n -tice čísel) alebo nemusí existovať žiadne (aj vtedy to napíšeme) alebo je ich viacero a zapisujeme ich parametricky vo forme množiny n -tíc obsahujúcich parametre, ku ktorým pripíšeme, z ktorej množiny ich vyberáme.

Hefferonova učebnica obsahuje viacero príkladov Gaussovej eliminácie. Najdete ju na <http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra> a príklady začínajú od strany 3. Prečítajte si celú kapitolu I.1 a vyskúšajte si cvičenia na str. 9. Hovoríme o šiestich stranách textu - to by ste mohli zvládnuť.

V Korbašových skriptách je to Sekcia 2.2 na str. 58. Na začiatok to asi pre vás bude príliš formálne, ale časom sa dostaneme aj na takú úroveň.

- Nasledujúce systémy vyriešte Gauss-Jordanovou elimináciou nad \mathbb{R} . Výsledok zapíšte v parametrickom tvare.

1.

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 &= 1 \\ 3x_1 - 2x_2 &= 0 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 &= 1 \\ 3x_1 - 2x_2 &= 0 \\ -5x_1 + 5x_2 &= 1 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 &= 1 \\ 4x_1 - 6x_2 &= 0 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 &= 1 \\ 4x_1 - 6x_2 &= -2 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} -2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 4x_1 - 6x_2 &= -2 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 &= -3 \end{aligned}$$

- Premyslite, ako sa líšia riešenia prvých štyroch systémov, ktoré sa v skutočnosti dosť podobajú.
- Vyriešte Gauss-Jordanovou elimináciou nad \mathbb{C} . Výsledok zapíšte v parametrickom tvare.

1.

$$\begin{aligned} (2-i)x_1 + (-3+2i)x_2 &= (1+3i) \\ (-2-3i)x_1 + (2-i)x_2 &= 2i \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} (2-i)x_1 + (-3+2i)x_2 &= (1+3i) \\ (1+2i)x_1 + (-2-3i)x_2 &= (-3+i) \end{aligned}$$

- Vypočítajte nasledujúce súčiny:

1.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] =$$

2.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4, 7] =$$

3.

$$(-2-i) \cdot [1+2i, -2, 3-i, -4, 7+3i] =$$

4.

$$[4, 3, 5, 7, 1] + [1, -2, 3, -4, 7] =$$

5.

$$[4+i, -3+2i, 5, 7-i, 1-2i] + [1-i, -2-3i, 3+4i, -4, 7+i] =$$

6.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] + 3 \cdot [1, 4, 3, -1] =$$

7.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] + 3 \cdot [1, 4, 3, -1] - 5 \cdot [2, 0, 3, 0] =$$

8.

$$[1, -2, 3, -4] \cdot [1, 4, 3, -1] =$$

9.

$$[1, -2, 3, -4, -2] \cdot [1, 4, 3, -1, 0] =$$

10.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

11.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

12.

$$(1 \ 2 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

14.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

15.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$