

Lineárna algebra

1-DAV-104/20

Leto 2023

9. cvičenia

- V ktorých príkladoch je H podgrupa grupy G ?
 - $G = (\mathbb{Z}, +)$ a H je podmnožina kladných celých čísel.
 - $G = (\mathbb{Z}, +)$ a $H = \{5k; k \in \mathbb{Z}\}$.
 - $G = (\mathbb{Z}, +)$ a $H = (\mathbb{Z}_3, +)$.
 - $G = (S_5, \circ)$ a $H = \{\phi \in S_5; \phi(1) = 1\}$.
 - $G = (S_5, \circ)$ a $H = \{\phi \in S_5; \phi(1) = 2\}$.
- Určite podgrupu grupy G , ktorá je generovaná danou množinou.
 - $G = (\mathbb{Z}, +)$ a $\{2, 3\}$.
 - $G = (\mathbb{Z}, +)$ a $\{4, 6\}$.
 - $G = (\mathbb{Z}_{10}^\times, *)$ a $\{3\}$.
 - $G = (\mathbb{Z}_7^\times, *)$ a $\{2\}$.
- Nájdite všetky podgrupy danej grupy.
 - $(\mathbb{Z}_5, +)$;
 - $(\mathbb{Z}_6, +)$;
 - (S_3, \circ) .
- Určite rozklad grupy $G = (\mathbb{Z}_{15}, +)$ podľa jej podgrupy $H = \langle 5 \rangle$. Aká je hodnota $[G : H]$, t.j. index podgrupy H v grupe G ?
- Zistite rády daných prvkov.
 - Permutácie $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ v (S_3, \circ) .
 - Permutácie $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ v (S_5, \circ) .
 - Všetkých prvkov v $(\mathbb{Z}_6, +)$.
 - Číslo 3 v grupe $(\mathbb{Z}_{11}^\times, *)$.
- Aké sú hodnoty Eulerovej funkcie $\phi(12)$ a $\phi(13)$? Aké sú rády (počty prvkov) grúp $(\mathbb{Z}_{12}^\times, *)$ a $(\mathbb{Z}_{13}^\times, *)$?
- Aký je inverz 3 v grupe $(\mathbb{Z}_{25}^\times, *)$?
 - Vyriešte rovnicu $3x = 11$ v grupe $(\mathbb{Z}_{25}^\times, *)$.
 - Aký je inverz 28 v grupe $(\mathbb{Z}_{93}^\times, *)$? (Na jeho nájdenie použite Euklidov algoritmus.)
- Nájdite maticu prechodu od bázy
$$(3, 1), (1, 1)$$
k báze
$$(-2, 1), (3, -2).$$
- Nájdite maticu prechodu od bázy
$$(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 0, 0)$$
k báze
$$(1, 0, 0, 0), (1, 2, 0, 0), (1, 2, 3, 0), (1, 1, 1, 1).$$