

Lineárna algebra

leto 2024

1. cvičenie

Hlavnou témou je príprava na riešenie systémov rovníc s viacerými neznámymi.

Zadanie: Daný je systém rovníc, ktoré obsahujú nejaké konštanty a nejaké neznáme.

Riešenie: V množine všetkých možných riešení nájsť všetky tie, ktoré po dosadení za neznáme vytvoria rovnaké výrazy na ľavej aj pravej strane *každej* z rovníc.

- musíme si vyjasniť, aké typy rovníc budeme riešiť
- musíme si vyjasniť, aké množiny, odkiaľ môžu riešenia pochádzať, budeme uvažovať
- musíme sa naučiť zapisovať riešenia vo forme n -tíc (vektorov)
- musíme sa naučiť zapisovať systém rovníc v maticovom tvare
- musíme byť schopní rozpoznať, keď riešenie neexistuje
- musíme byť schopní rozpoznať, či existuje viac riešení a naučiť sa správne množinu riešení zapísať
- musíme sa naučiť riešiť systémy rovníc *algoritmicky* (program?)

1. Jedna rovnica o jednej neznámej *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$3x + 1 = -11$$

Má jediné riešenie, ktoré sa dá nájsť algoritmom.

2. Jedna rovnica o jednej neznámej *nad komplexnými číslami* \mathbb{C} :

$$3x + 1 = -11$$

Má jediné riešenie? Mení sa algoritmus z predchádzajúcej úlohy?

3. Jedna rovnica o jednej neznámej *nad celými číslami* \mathbb{Z} :

$$3x + 1 = -11$$

Má jediné riešenie? Mení sa algoritmus z predchádzajúcej úlohy?

4. Jedna rovnica o dvoch neznámych *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$3x - 4y + 1 = -11$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru (napr. aj priamo na webe). Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

5. Jedna rovnica o dvoch neznámych *nad komplexnými číslami* \mathbb{C} :

$$3x - 4y + 1 = -11$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

6. Jedna rovnica o dvoch neznámych *nad celými číslami* \mathbb{Z} :

$$3x - 4y + 1 = -11$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru.

7. Dve rovnice o dvoch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= -2 \\ -2x + 4y &= 3 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

Riešenie metódou substitúcie (prvú rovnicu vyriešime vzhľadom na y a dosadíme do druhej rovnice za y a vyriešime pre x . Dáva to návod, ako zapisovať riešenie?

Riešenie pomocou operácií s rovnicami, Gauss-Jordanova eliminácia s rovnicami.

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru.

8. Dve rovnice o dvoch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= -2 \\ -6x + 8y &= 4 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru.

9. Dve rovnice o dvoch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= -2 \\ -6x + 8y &= 3 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru.

10. Dve rovnice o troch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y + z &= -2 \\ -2x + 4y - z &= 3 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

Riešenie metódou substitúcie (prvú rovnicu vyriešime vzhľadom na y a dosadíme do druhej rovnice za y a vyriešime pre x . Dáva to návod, ako zapisovať riešenie?

Riešenie pomocou operácií s rovnicami, Gauss-Jordanova eliminácia s rovnicami.

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru?

11. Tri rovnice o dvoch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= -2 \\ -2x + 5y &= 3 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia? Ako zapíšeme riešenia ako dvojrozmerné vektory?

Riešenie pomocou operácií s rovnicami, Gauss-Jordanova eliminácia s rovnicami.

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru?

12. Tri rovnice o dvoch neznámých *nad reálnymi číslami* \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} 3x - 4y &= -2 \\ -2x + 5y &= 3 \\ x + y &= 2 \end{aligned}$$

Čo je riešenie? Existuje jediné riešenie? Ako nájdeme všetky riešenia? Algoritmus? Ako zapíšeme všetky riešenia?

Riešenie pomocou operácií s rovnicami, Gauss-Jordanova eliminácia s rovnicami.

Vizualizácia množiny riešení pomocou softwaru?

Našou základnou metódou riešenia bude **Gauss-Jordanova eliminačná metóda**.