Lineárna algebra a geometria
leto 2024
2. cvičenie

- Hlavnou témou je Gauss-Jordanova eliminácia:

  Pre zadaný systém k rovníc o n neznámych sa musíme naučiť nájsť množinu riešení. Je dôležité si uvedomiť, že riešenie môže byť práve jedno (vtedy ho zapisujeme vo forme n-tice čísel) alebo nemusí existovať žiadne (aj vtedy to napíšeme) alebo je ich viacero a zapisujeme ich parametricky vo forme množiny n-tíc obsahujúcich parametre, ku ktorým pripíšeme, z ktorej množiny ich vyberáme.

  Hefferonova učebnica obsahuje viacero príkladov Gaussovej eliminácie. Najdete ju na `http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra` a príklady začínajú od strany 3. Prečítajte si celú kapitolu I.1 a vyskúšajte si cvičenia na str. 9. Hovoríme o šiestich stranách textu - to be ste mohli zvládnuť.

  V Korbašových skriptách je to Sekcia 2.2 na str. 58. Na začiatok to asi pre vás bude príliš formálne, ale časom sa dostaneme aj na takú úroveň.

- Nasledujúce systémy vyriešte Gauss-Jordanovou elimináciou nad $\mathbb{R}$. Výsledok zapíšte v parametrickom tvare.

  1. $$\begin{array}{rcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & = & 0 \end{array}$$
  2. $$\begin{array}{rcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ 3x_1 & - & 2x_2 & = & 0 \\ -5x_1 & + & 5x_2 & = & 1 \end{array}$$
  3. $$\begin{array}{rcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ 4x_1 & - & 6x_2 & = & 0 \end{array}$$
  4. $$\begin{array}{rcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ 4x_1 & - & 6x_2 & = & -2 \end{array}$$
  5. $$\begin{array}{rcrcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 4x_1 & - & 6x_2 & & & = & -2 \\ -2x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & = & -3 \end{array}$$

- Premyslite, ako sa líšia riešenia prvých štyroch systémov, ktoré sa v skutočnosti dosť podobajú.

- Vyriešte Gauss-Jordanovou elimináciou nad $\mathbb{C}$. Výsledok zapíšte v parametrickom tvare.

  1. $$\begin{array}{rcrcr} (2-i)x_1 & + & (-3+2i)x_2 & = & (1+3i) \\ (-2-3i)x_1 & + & (2-i)x_2 & = & 2i \end{array}$$
  2. $$\begin{array}{rcrcr} (2-i)x_1 & + & (-3+2i)x_2 & = & (1+3i) \\ (1+2i)x_1 & + & (-2-3i)x_2 & = & (-3+i) \end{array}$$

- Vypočítajte nasledujúce súčiny:

  1. $$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] =$$
  2. $$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4, 7] =$$
  3. $$(-2-i) \cdot [1+2i, -2, 3-i, -4, 7+3i] =$$
  4. $$[4, 3, 5, 7, 1] + [1, -2, 3, -4, 7] =$$
  5. $$[4+i, -3+2i, 5, 7-i, 1-2i] + [1-i, -2-3i, 3+4i, -4, 7+i] =$$

6.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] + 3 \cdot [1, 4, 3, -1] =$$

7.

$$(-2) \cdot [1, -2, 3, -4] + 3 \cdot [1, 4, 3, -1] - 5 \cdot [2, 0, 3, 0] =$$

8.

$$[1, -2, 3, -4] \cdot [1, 4, 3, -1] =$$

9.

$$[1, -2, 3, -4, -2] \cdot [1, 4, 3, -1, 0] =$$

10.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

11.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

12.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

13.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

14.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

15.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$