Maticový počet – Úloha č. 0

Cvičenia v týždni 24. septembra 2018

Úlohy (strany a číslovanie) sú z knihy Carla D. Meyera *Matrix Calculus and Applied Linear Algebra.*

1. (1.2.15) Overte, že počet operácií v Gaussovej eliminácii so spätnou substitúciou pre $n \times n$ maticu zodpovedá údajom uvedeným v texte, t.j. násobení/delení je $\frac{n^3}{3}+n^2-\frac{n}{3}$ a sčítaní/odčítaní je $\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}-\frac{5n}{6}$.

Poznámka: zdá sa, že na cvičení sme zabudli započítať tie operácie, ktoré súvisia s vynulovaním zložiek pod diagonálou. Tých je cca. $\frac{n(n-1)}{2}$, *čo bol člen ktorý nám pri počítaní celkového počtu chýbal.*

2. (rovnosť 3.8.1, str. 124) Overte, že ak $v^T u \neq 1$, potom

$$\left(I - uv^T\right)^{-1} = I - \frac{uv^T}{v^T u - 1}.$$

Nasledujúce úlohy boli na pláne, ale nestihli sa ...

3. (2.1.5) Koľko rôznych "tvarov" existuje pre 3×4 matice, ktoré sú v stupňovitom tvare?

4. (2.3.4) Uvažujme dva konzistentné systémy, ktorých rozšírené matice sú $(A|b)$ a $(A|c)$, t.j. líšia sa v pravej strane. Je systém reprezentovaný $(A|b+c)$ konzistentný? Vysvetlite prečo.

5. (2.3.8) Predpokladajme, že rozšírená matica systému $(A|b)$ sa dá zredukovať pomocou Gaussovej eliminácie na stupňovitý tvar $(E|c)$. Ak sa v $(E|c)$ nenachádza riadok tvaru

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha \end{array}\right), \qquad \alpha \neq 0$$

je možné, že sa riadok takéhoto tvaru objavil počas skorších štádií eliminácie? Prečo?

Inými slovami: môže sa v systéme objaviť nekonzistencia a nejako sa pokračujúcou elimináciou vytratiť?