

$r = \rho(A) \in \sigma(A)$, pričom platia nasledujúce tvrdenia. Pre rôzne tvrdenia bude pravdepodobne treba nájsť rôzne príklady.

- a) r môže byť 0.
- b) $\text{alg mult}_A(r)$ môže byť väčšia ako 1.
- c) $\text{index}(r)$ môže byť väčší ako 1 (rozmer najväčšieho bloku v Jordanovom tvare pre $r \in \sigma(A)$).
- d) $\mathcal{N}(A - rI)$ nemusí obsahovať kladný vlastný vektor.
- e) r nemusí byť jediná vlastná hodnota na spektrálnej kružnici.

7. (8.3.9) Wielandt skonštruoval maticu $W_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$, pre ktorú $W_n^{n^2-2n+2} > 0$,

ale $\left[W_n^{n^2-2n+1} \right]_{11} = 0$. Overte pre $n = 4$ a prípadne skúste dokázať pre všeobecné n .

8. (8.4.4) Ukážte, že ľavý Perronov vektor pre ireducibilnú stochastickú maticu $P_{n \times n}$ ($n > 1$) je daný ako

$$\pi^T = \frac{1}{\sum_{i=1}^n P_i} (P_1, P_2, \dots, P_n),$$

kde P_i je i -ty hlavný minor (determinant $(n-1) \times (n-1)$ podmatice) pre $I - P$.

Návod: Čomu sa rovná $\text{adj}(A)A$ pre singulárnu maticu A ?