

Úlohy (strany a číslovanie) sú z knihy Lloyd N. Trefethena a Davida Baua, III *Numerical Linear Algebra*, resp. článku *Randomized Numerical Linear Algebra: Foundations & Algorithms* od P-G. Martinssona a J. A. Troppa.

**1.** (*Vyberový odhad stopy*) Pre maticu  $A$  z 36.3 (DÚ č. 7) nájdite jej stopu. Nájdite aj inverznú maticu  $A^{-1}$  a jej stopu. Použite algoritmy 5 a 6 (str. 22-24 v Martinsson-Tropp) pre odhady  $\text{tr}(A)$ ,  $\text{tr}(A^{-1})$  a  $\det A$  (cez  $\sum \log(\lambda_i)$ ) pre počty iterácií  $q = 10, 20, 30$ , resp. počty reštartov (a veľkosti priemerov)  $k = 1, 2, 5$  a  $10$ .

**2.** (*Príklad RSVD*) a) vytvorte procedúru, ktorá dá náhodnú  $n \times n$  unitárnu (ortogonálnu) maticu.  
b) vytvorte  $100 \times 50$  maticu  $B$ , ktorej ľavé/pravé singulárne vektory sú náhodné a singulárne hodnoty spĺňajú:  $\sigma_i = 20i^{-2}$  pre  $i = 1, \dots, 50$ .

c) pre  $l = 10, 25$  použite Algoritmus 8 (str. 45 v Martinsson-Tropp) pre nájdenie RSVD a určite chybu aproximácie  $\|B - U\Sigma V^*\|$ . Keďže  $B$  má  $\sigma_{11} \sim 0,1653$  a  $\sigma_{26} \sim 0,02959$ , lepšie aproximácie pre hodnoty 10 a 25 nemôžeme podľa Eckart-Youngovej vety dostať – minimum sa nadobúda pre orezaný (presný) SVD rozklad.