

Numerická lineárna algebra II. – Úloha č. 8

Termín odovzdania: 12. apríl 2023

Úlohy (strany a číslovanie) sú z knihy Lloyda N. Trefethena a Davida Baua, III *Numerical Linear Algebra*.

1. (37.4) a) Napíšte šesťriadkový program v Matlab-e, ktorý vypočíta uzly a váhy pre vzorec n -bodovej Gauss-Legendreovej kvadratúry a použije tieto hodnoty pre výpočet približnej hodnoty integrálu funkcie f .

b) Zoberúc $f(x) = e^x$ a $n = 4$ overte príklad spomenutý v prednáške/texte. Potom znázornite $|I(e^x) - I_n(e^x)|$ na logaritmickej škále pre $n = 1, 2, \dots, 40$ a okomentujte výsledok.

c) Uveďte podobný graf pre $f(x) = e^{|x|}$ a okomentujte.

2. (38.1) Na základe čísel podmienenosti κ uvedených v prednáške/texte určite rýchlosť konvergenzie predpovedanú Vetou 38.5 pre matice A z Obrázka 38.1 pre $\tau = 0.01, 0.05, 0.1$. Nakreslite do Obrázku 38.1 čiary porovnávajúce predpoveď s reálne dosiahnutou mierou konvergenzie.

3. (38.2) Nech A matice typu 805×805 s vlastnými hodnotami $1.00, 1.01, 1.02, \dots, 8.98, 8.99, 9.00$ a $10, 12, 16, 24$. Koľko krokov iteračnej metódy združených gradientov treba spraviť, aby sa počiatočná chyba $\|e_0\|_A$ znížila o faktor 10^6 ?

4. (38.3) Pri použití metódy združených gradientov pre symetrickú kladne definitnú maticu A sa dosiahli hodnoty $\|e_0\|_A = 1$ a $\|e_{10}\|_A = 2 \times 2^{-10}$. Ako by ste na základe týchto údajov

a) vedeli odhadnúť číslo podmienenosti $\kappa(A)$?

b) A aké by bolo ohraničenie $\|e_{20}\|_A$?