

1. Čomu sa rovná  $\varphi^{191}$ , ak  $\varphi = (3241)$ ?
2. Zistite, či množina  $F = \{a + bi\sqrt{3}; a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\}$  s obvyklým sčítaním a násobením tvorí pole.
3. Nech  $F$  je pole. Ukážte, že  $F$  je vektorový priestor nad  $F$ . (Tu sa podmienky z definície vektorového priestoru overujú veľmi jednoducho, takže overte všetky.)
4. Zistite, či vektory  $(1,2,3)$ ,  $(1,-2,3)$ ,  $(1,2,-3)$  tvoria bázu v  $\mathbb{R}^3$ .
- 5.\* Ak pre každý prvok  $x$  grupy  $(G, \circ)$  platí  $x \circ x = e$ , tak táto grupa je komutatívna.

Zadanie 2. príkladu sa počas písomky zmenilo na  $a + b\sqrt{3}$  – sľúbil som, že tam nebudú komplexné čísla, pri príprave písomky som na to zabudol.

2. úloha: Stačilo si všimnúť, že  $F = \mathbb{R}$ . (Pri pôvodnom zadaní  $F = \mathbb{C}$ ). Každé reálne číslo  $a$  je v množine  $F$  (napríklad ho môžeme získať ako  $a + 0\sqrt{3}$ ) a iné ako reálne čísla tam dostať nemôžeme. (Pri pôvodnom zadaní: Ľubovoľné komplexné číslo  $a + bi = a + \frac{b}{\sqrt{3}}i\sqrt{3}$ .) O množine  $\mathbb{R}$  vieme, že (s obvyklým  $+$  a  $\cdot$ ) je pole.

V 3. úlohe vlastne stačilo prepísať definíciu vektorového priestoru: Napríklad vlastnosť  $c(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = c\vec{\alpha} + c\vec{\beta}$  z definície vektorového priestoru sa tu zmení (keďže  $V = F$ ) na  $c.(a + b) = ca + cb$ , kde  $a, b, c \in F$ , čo je distributívnosť v poli  $F$ .

Najjednoduchší spôsob, ako riešiť 5. úlohu, je asi všimnúť si, že podmienka  $x \circ x = e$  znamená  $x^{-1} = x$  (pre každý prvok  $x \in G$ ), teda platí

$$x \circ y = (x \circ y)^{-1} = y^{-1} \circ x^{-1} = y \circ x.$$