

## Domáca úloha č. 9

Zverejnená 19.11.2010 - odovzdáva sa do 7.1.2010.

- (a) Nech  $A$  je nejaká množina po dvoch disjunktných kruhov v  $\mathbb{R}^2$ . Ukážte, že  $A$  je spočítateľná. Platí to aj pre kružnice?
- (b) Ak  $A$  je nekonečná množina (t.j.  $|A| \geq \aleph_0$ ), tak existuje rozklad  $A = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$  na spočítateľne veľa disjunktných množín taký, že žiadne dve rôzne množiny nemajú rovnakú kardinalitu.
- (c) Nech  $\{A_n; n \in \mathbb{N}\}$  je systém podmnožín  $\mathbb{R}$  takých, že  $|\mathbb{R} \setminus A_n| \leq \aleph_0$ . Dokážte, že  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n \neq \emptyset$ . Platilo by podobné tvrdenie, ak by sme uvedenú podmienku nahradili podmienkou  $|A_n| = \mathfrak{c}$ ?

a: AB, TP, MP, LM, VL  
b: MČ, EH, MM, PJ, MV  
c: MH, JK, VK, JS, JŠ