A

1. Zistite, či zložený výrok $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$ je tautológia. (8 bodov)
2. Nech $f\colon X \to Y$, $g, h\colon Y \to Z$ sú zobrazenia. Dokážte, že ak f je surjekcia, tak platí $g \circ f = h \circ f \Rightarrow g = h$. (8 bodov)
3. Dokážte, že pre ľubovoľné množiny A a $\{B_i; i \in I\}$ platí $A \setminus \bigcap_{i\in I} B_i = \bigcup_{i\in I} (A \setminus B_i)$. (8 b.)
4. Vypočítajte kardinalitu množiny $\mathbb{Q}^{\mathbb{N}}$ všetkých postupností racionálnych čísel. (8 b.)
5. Dokážte, že $2^{(2^{\mathfrak{c}})} = \mathfrak{c}^{(\mathfrak{c}^{\mathfrak{c}})}$. (Využívať môžete vzťah medzi $\mathfrak{c}$ a $\aleph_0$ ako aj všetky identity, o ktorých sme dokázali na prednáške, že platia pre všetky kardinálne čísla.) (8 bodov)

B

1. Zistite, či zložený výrok $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [p \Rightarrow r]$ je tautológia. (8 bodov)
2. Nech $g, h\colon X \to Y$, $f\colon Y \to Z$ sú zobrazenia. Dokážte, že ak f je injekcia a platí $f \circ g = f \circ h$, tak $g = h$. (8 bodov)
3. Dokážte, že pre ľubovoľné množiny A a $\{B_i; i \in I\}$ platí $A \setminus \bigcup_{i\in I} B_i = \bigcap_{i\in I} (A \setminus B_i)$. (8 b.)
4. Vypočítajte kardinalitu množiny $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ všetkých postupností reálnych čísel. (8 bodov)
5. Dokážte, že $2^{(\aleph_0^{\aleph_0})} . \aleph_0^{\mathfrak{c}} = 2^{\mathfrak{c}}$. (Využívať môžete vzťah medzi $\mathfrak{c}$ a $\aleph_0$ ako aj všetky identity, o ktorých sme dokázali na prednáške, že platia pre všetky kardinálne čísla.) (8 bodov)