

Domáca úloha č. 12

Zverejnená 6.12.2011 - odovzdáva sa do prvého skúškového termínu v januári.

- (a) Nájdite všetky spojité riešenia funkcionálnej rovnice $f(x+y) = f(x).f(y)$; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Existujú aj nespojité riešenia?
- (b) Nájdite všetky spojité riešenia funkcionálnej rovnice $f(xy) = f(x) + f(y)$; $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Existujú aj nespojité riešenia?
- (c) Nájdite všetky spojité riešenia funkcionálnej rovnice $f(xy) = f(x).f(y)$; $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Existujú aj nespojité riešenia?

Poznámka: Možno v niektorých častiach tejto úlohy budete potrebovať použiť ako pomocný výsledok riešenia Cauchyho rovnice nie pre funkcie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ale $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Nie je ťažké si rozmyslieť, že tam dostaneme rovnaké spojité riešenia ako sme dostali na prednáške pre prípad $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, len zúžené na tento interval. Tento fakt môžete využívať bez toho, aby ste ho dokazovali.

a: AB, KF, DG, MKaz, MS, JV, MR, MJ

b: MD, VB, TG, SM, DŠ, MU, JF, PB

c: BG, AJ, MKau, MO, IO, DZ, VL