Tvrdenie: Pologrupa $(S, \cdot)$ je grupa $\Leftrightarrow \exists$ pravá jednotka e_p a $\forall a \in S$ má rovnica $ax = e_p$ jediné riešenie.

Riešenie:
$\Rightarrow$ je trivialne
$\Leftarrow$ Zoberme si ľubovoľný prvok $c \in S$, potom pre rovnicu $cx = e_p$ existuje jediné riešenie $t_c : c \cdot t_c = e_p$. Ďalej, rovnica $t_c x = e_p$ má tiež jediné riešenie $t_{t_c} : t_c \cdot t_{t_c} = e_p$. Máme teda:

$$c \cdot t_c = e_p$$

$$t_c \cdot t_{t_c} = e_p$$

Zoberme si druhú rovnosť a trochu ju poupravujme (nezabúdajme že e_p je pravá jednotka)

$$e_p = t_c \cdot t_{t_c} = t_c \cdot e_p \cdot t_{t_c} = t_c \cdot c \cdot t_c \cdot t_{t_c} = t_c \cdot c \cdot e_p = t_c \cdot c$$

Teda sme dostali, že

$$c \cdot t_c = e_p$$

$$t_c \cdot c = e_p$$

Z toho vyplýva, že

$$e_p \cdot c = c \cdot t_c \cdot c = c \cdot e_p = c$$

Teda e_p je nielen prava ale aj ľava jednotka prvku c, a teda je to jednotka prvku c (na to existuje jedna pekná lema). Keďže sme c brali všeobecne tak je to ľavá aj pravá jednotka pre celú pologrupu. Teraz keď už vieme že e_p je jednotka, môžeme z rovníc

$$c \cdot t_c = e_p$$

$$t_c \cdot c = e_p$$

povedať že t_c je inverzný prvok ku c.
Teda máme jednotku a máme inverzné prvky, a teda pologrupa $(S, \cdot)$ je grupa.