

Poznámky k druhej písomke

Častá chyba, ktorá sa vyskytovala pri faktorových grupách: $aH = Ha$ neznamená, že pre všetky $h \in H$ platí $ah = ha$. Znamená to iba toľko, že ku každému $h \in H$ existuje $h' \in H$ také, že $ah = h'a$.

A4, F4: Dokážte, že v každej grupe s nepárnym počtom prvkov je ľubovoľný prvok štvorcom nejakého prvku tejto grupy.

Ak G má $2k+1$ prvkov, tak rád každého prvku delí $2k+1$, čo znamená, že pre každé $a \in G$ platí $a^{2k+1} = e$. Potom $a = a^{2k+1} \cdot a = a^{2k+2} = (a^{k+1})^2$.

(V zadaní na písomke to nebolo, ale prvok, ktorého druhou mocninou je a , je jednoznačne určený. Ak totiž platí $b^2 = a$, tak $b = b^{2k+2} = (b^2)^{k+1} = a^{k+1}$.)

Viacerí ste to urobili pre Z_{2k+1} , za to som uznal nejaké body; tvrdenie, ktoré sa objavilo v 1 písomke, že každá grupa s nepárnym počtom prvkov má takýto tvar je nesprávne (napríklad $Z_3 \times Z_3$ nie je cyklická).