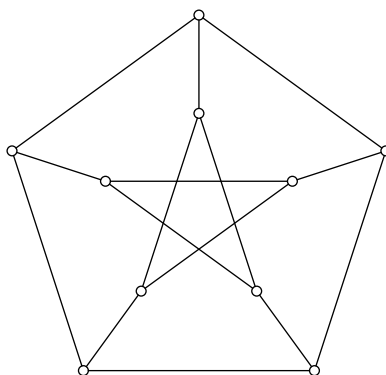
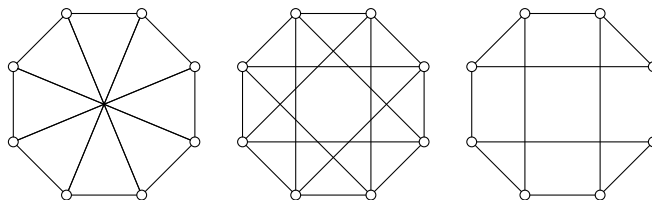


Každá úloha je za 2 body. Za domáce úlohy sa v priebehu semestra dá získať 10 bodov + nejaké body navyše, ak budú prémie. Termín na odovzdanie úloh je do konca semestra alebo kým daná úloha nebude vysvetlená na niektorom cviku.

Petersenov graf

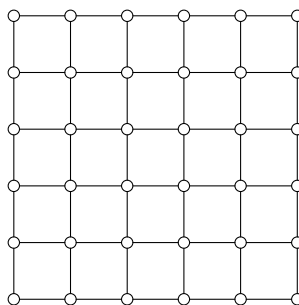


1. Koľko je a) všetkých b) navzájom neizomorfných grafov na 5 vrcholoch s 3 hranami.
2. Pridajte do Petersenovho grafu 1 hranu tak, aby nový graf mal Hamiltonovskú kružnicu. Nájdite Hamiltonovskú kružnicu v grafe, ktorý vznikne z Petersenovho grafu vynechaním 1 vrcholu. Môžeme vynechať ľubovoľný vrchol, ak chceme aby nový graf mal hamiltonovskú kružnicu? (Prémia za 2 body: Môžeme pridať ľubovoľnú hranu medzi 2 nesusednými vrcholmi, ak chceme aby nový graf mal hamiltonovskú kružnicu.)
3. Koľko rôznych hamiltonovských kružníc má graf K_n ?
4. Ak graf G má n vrcholov a každý vrchol je stupňa aspoň $\frac{n-1}{2}$, tak G je súvislý.
5. * Ak G je graf na $2n$ vrcholoch, ktorý má $n^2 + 1$ hrán, tak G obsahuje trojuholník (kružnicu dĺžky 3).
6. V každom grafe, ktorý má aspoň 2 vrcholy, existujú 2 (rôzne) vrcholy, ktoré majú rovnaký stupeň.
7. Nájdite (pre každé n) príklad grafu na n vrcholoch, v ktorom je súčet stupňov ľubovoľných 2 vrcholov aspoň $n - 1$ ale tento graf nemá hamiltonovskú kružnicu.
8. (3 body) Ktoré z nasledujúcich grafov sú rovinné? Zdôvodnite!



9. Majme graf ktorý vznikne rozdelením štvorca na n^2 menších štvorcov. (Na nasledujú-

com obrázku je tento graf pre $n = 6$.) Pre aké n má tento graf Hamiltonovskú kružnicu?



10. Sú grafy na nasledujúcich obrázkoch izomorfné s Petersenovým grafom? Ak áno, nájdite izomorfizmus.

