

1. V trojrozmernom euklidovskom priestore sú dané štyri body A, B, C a D neležiace v jednej rovine. Na úsečkách AB, CD, AC a BD sú dané body K, L, M a N tak, že

$$|AK| : |KB| = |CL| : |LD| \text{ a } |AM| : |MC| = |BN| : |ND|$$

- a) Dokážte, že úsečky KL a MN sa pretínajú práve v jednom bode.
b) V akom pomere delí priesečník úsečiek KL a MN tieto úsečky? ¹
2. Na priamkach určených stranami AB, BC a AC trojuholníka ABC sú dané body $A' = B + a(C - B), B' = C + b(A - C), C' = A + c(B - A)$. Dokážte, že body A', B', C' ležia na jednej priamke práve vtedy keď $ab + bc + ac - a - b - c + 1 = 0$. ²
3. Nájdite riešenie sústavy rekurentných rovníc

$$x_{n+1} = x_n + 3y_n$$

$$y_{n+1} = x_n - y_n$$

Dajú sa pri riešení nejako použiť vlastné hodnoty?

¹Táto úloha, podobne ako nasledujúca, sa vyskytla v starších prijímačkách na doktorandské štúdium na FMFI.

²Tento výsledok je vlastne inou formuláciou Menelaovej vety.
http://en.wikipedia.org/wiki/Menelaus_theorem