Príklady na Jordanov normálny tvar a kvadratické formu sú z [P]. Takýchto úloh si môžete navymýšľať kopec aj sami – stačí si zvoliť Jordanov tvar J a nejakú regulárnu maticu P, dostanete maticu $A = PJP^{-1}$, pre ktorú môžete skúsiť nájsť Jordanov tvar.

1 Jordanov normálny tvar

{JORD1}

1. Nájdite Jordanov normálny tvar daných matíc.
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} t & 0 & 0 \\ 0 & t & 0 \\ t & 0 & t \end{pmatrix}$ pre $t \neq 0$

{JORD2}

2. Nájdite Jordanov normálny tvar daných matíc.
$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 & 2 \\ 4 & -5 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -7 \\ 9 & -3 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

1. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & t & 1 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2 Kvadratické formy

{KVADR1}

1. Nájdite kanonický tvar danej kvadratickej formy a transformáciu premenných, ktorá ju prevedie na kanonický tvar.
a) $x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_2^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$
b) $4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3$
c) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$
d) $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$
e) $3x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 - 2x_4^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 + 2x_2x_4$
f) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$

{KVADR2}

2. Pre aké hodnoty parametra a je daná kvadratická forma kladne definitná.
a) $2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3$
b) $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2ax_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$
c) $x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2 + 10x_1x_3 + 6x_2x_3$
d) $2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3$

1. a), b), f) $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$; c) $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$, d) $y_1^2 - y_2^2$; e) $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2 - y_4^2$ (Transformáciu premenných som sem nedával – tá nie je určená jednoznačne.)
2. a) $|a| < \sqrt{\frac{5}{3}}$, b) $-\frac{4}{5} < a < 0$, c), d) pre žiadne a

Literatúra

[P] I. V. Proskurjakov. *Sbornik zadač po lineinoi algebre.* Moskva, 1966.