



11. Kombinatoricky dokážte: Pre  $n \geq 1$  platí

$$(x - 1)(1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}) = x^n - 1.$$

Návod: dvomi spôsobmi určte počet takých slov dĺžky  $n$  v abecede  $\{1, \dots, x\}$  ktoré majú aspoň jednu zložku rôznu od  $x$ . Pokiaľ ide o ľavú stranu rovnosti, slová rozdeľte do skupín podľa prvej zložky rôznej od  $x$ . Predpokladajte, že  $x$  je kladné celé číslo.)