

PRINCÍP INKLÚZIE A EXKLÚZIE

1. Z vrečka, v ktorom sú 3 žlté, 1 modrá, 10 červených a 19 zelených guľčiek naberieme hrst' desiatich guľčiek. Koľko rôznych hrstí môžeme dostať?
2. Koľko slov dĺžky 5 sa dá zostaviť z písmen a, b, c , ak každé písmeno sa musí vyskytnúť aspoň raz?
3. Na škole pracuje 54 žiakov v 11 záujmových krúžkoch. Každý krúžok má aspoň 15 členov. Žiadny žiak nepracuje vo viac ako troch krúžkoch, ale každé tri krúžky majú aspoň jedného spoločného člena. Ukážte, že sa nájdu aspoň dva krúžky, ktoré majú spoločných aspoň 6 členov.
4. Určte počet prirodzených čísel $n, 1 \leq n \leq 10\,000$ ktoré nie sú deliteľné žiadnym z čísel 4, 5, 6.
5. Koľko je permutácií množiny $\{1, \dots, 8\}$, v ktorých žiadne párne číslo nie je na svojom prirodzenom mieste?
6. Dvaja učitelia skúšajú súčasne skupinu 12 študentov, každý jeden predmet. Každý študent odpovedá z jedného predmetu 30 minút. Koľko existuje rozvrhov skúšania, ak požadujeme, aby skúšky skončili za šesť hodín?
7. Koľkými spôsobmi môžeme posadiť n manželských dvojíc do radu v kine, kde je $2n$ miest tak, aby žiadny manželský pár nesedel vedľa seba?
8. Koľkými spôsobmi je možné rozdeliť m rôznych guľčiek do n rôznych krabičiek tak, aby v každej krabičke bola aspoň jedna guľčeka?
9. Pri dôkaze PIE sme použili identitu

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 \quad (n \geq 1).$$

Dokážte túto identitu pomocou PIE.