

MATEMATICKÁ LOGIKA PRE KOGNITÍVNU VEDU

PAVOL ZLATOŠ

Sylabus prednášok

0. Vymedzenie logiky v sústave vied a predmet logiky

- Logika je normatívna veda, ktorá skúma formu, štruktúru a zákony správneho (t.j. logického) myslenia a usudzovania, tak ako sa prejavujú v jazyku – či už hovorenom alebo písanom, abstrahujúc pritom od obsahu konkrétnych myšlienok a súdov.
- Vznik logiky v antickom Grécku – spoločenské podmienky: demokracia, právny systém, obchod, rétorika
- Sofisti, Sokratove dialógy, Platón, Aristoteles (Organon)
- Vývoj v stredoveku a novoveku (teológia, Leibniz, Boole, de Morgan, Bolzano, Pierce, 20. storočie)
- Matematická logika (matematické metódy + analýza jazyka a deduktívnej výstavby matematických teórií)

1. Výrokový počet (Logika nultého rádu)

1.1. Syntax a sémantika výrokového počtu

- Jazyk logiky nultého rádu
- Výroky a výrokové formy
- Interpretácie (pravdivostné ohodnotenia)
- Tautológie, splniteľné, vyvrátiteľné a nesplniteľné formy
- Teórie vo výrokovom počte, logický dôsledok (platnosť v teórii)
- Axiómy výrokového počtu, modus ponens
- Pojem dôkazu, dokázateľnosť

1.2. Problém korektnosti a úplnosti vo výrokovom počte

- Veta o korektnosti a kritika jej dôkazu
- Prvá formulácia vety o úplnosti
- Dokázateľnosť niektorých tautológií
- Veta o dedukcii, sporné a bezsporné teórie, veta o spore
- Postova veta – dokázateľnosť všetkých tautológií

1.3. Dôkaz vety o úplnosti

- Druhá formulácia vety o úplnosti a jej vzťah k prvej
- Úplné teórie (úplnosť = maximálna bezospornosť)
- Interpretovateľnosť úplných teórií
- Veta o kompaktnosti

2. Logika prvého rádu (Predikátový počet)

2.1. Syntax a sémantika logiky prvého rádu

- Jazyky a štruktúry prvého rádu
- Termy a formuly
- Voľné a viazané výskyty premenných
- Interpretácia termov a spĺňanie formúl
- Teórie prvého rádu, modely teórií
- Príklady teórií a ich modelov
- Logický dôsledok (platnosť v teórii)
- Logické axiómy a odvodzovacie pravidlá
- Pojem dôkazu a dokázateľnosť

2.2. Problém korektnosti a úplnosti v logike prvého rádu

- Veta o korektnosti a kritika jej dôkazu
- Formulácia vety o úplnosti
- Veta o dedukcii, sporné a bezosporné teórie, veta o spore
- Gödelova formulácia vety o úplnosti a jej vzťah k prvej formulácii
- Úplné teórie (úplnosť = maximálna bezospornosť)
- Henkinovské teórie
- Existencia modelov úplných henkinovských teórií
- Skolemov paradox
- Veta o kompaktnosti a jej aplikácie

3. Gödelove vety o neúplnosti

- Prirodzené čísla a Peanova aritmetika
- Otázky bezospornosti a úplnosti
- Pravdivosť a dokázateľnosť
- Kódovanie postupností
- Aritmetizácia dokázateľnosti
- Posun paradoxu klamára
- Prvá Gödelova veta o neúplnosti – neúplnosť PA
- Druhá Gödelova veta o neúplnosti – nedokázateľnosť bezospornosti PA
- Filozofické dôsledky

LITERATÚRA

- B. Balcar, P. Štěpánek, *Teorie množin*.
- L. Bukovský, *Množiny a všeličo okolo nich*.
- C. C. Chang, H. J. Keisler, *Model Theory*, (RP).
- H. B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*.
- J. Kolář, O. Štěpánková, M. Chytil, *Logika, algebry a grafy*.
- E. Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, (RP).
- J. Shoenfield, *Mathematical Logic*, (RP).
- A. Sochor, *Klasická matematická logika*.
- P. Štěpánek, *Matematická logika*.
- V. Švejdar, *Logika – neúplnosť, složitost, nutnosť*.
- P. Zlatoš, *Ani matematika si nemôže byť istá sama sebou. Úvahy o množinách, nekonečne, paradoxoch a Gödelových vetách*.